

Alrik Danielson, president a generální ředitel skupiny SKF, na hannoverském veletrhu v dubnu 2015 představuje program SKF EnCompass – Zaměřeno na provozní výkon a uvádí Zobecněný model SKF výpočtu trvanlivosti ložisek.



Velký krok vpřed v oblasti modelování

Na posledním hannoverském veletrhu v dubnu 2015 představili Alrik Danielson, prezident a generální ředitel skupiny SKF, a Bernd Stephan, senior vicepresident pro technický rozvoj skupiny, koncepci zobecněného modelu výpočtu trvanlivosti ložisek (SKF Generalized Bearing Life Model, GBLM). Nový model umožní technikům přesněji stanovit trvanlivost ložisek s ohledem na skutečné podmínky. Znamená velký krok vpřed pro průmysl, neboť usnadní výrobcům originálních zařízení (OEM) i koncovým uživatelům zvolit ložiska přímo pro konkrétní aplikace. V konečném důsledku tedy umožní dosáhnout delší životnosti strojů a snížit provozní náklady.

NOVÝ MODEL, vyvinutý v rámci programu SKF EnCompass Field Performance (SKF EnCompass – Zaměřeno na provozní výkon), využívá přednosti stávajícího modelu trvanlivosti, který vypracovala společnost SKF před více než 30 lety. Nový model úspěšně rozlišuje povrchové a podpovrchové příčiny selhání ložisek. Obsahuje větší počet parametrů, které umožňují nový přístup k výpočtu trvanlivosti ložisek.

V rámci představení nové koncepce se v Hannoveru rovněž konaly dvoudenní rozhovory s odborníky na GBLM, předvedení postupu výpočtu pomocí demonstračního softwaru a setkání jednoho odborníka vždy s jedním zákazníkem a novinářem. Koncepce modelu byla velmi dobře přijata návštěvníky i zákazníky a probudila zájem o výpočet trvanlivosti ložisek.

Tento článek představuje základy nového modelu. →

Zobecněný model SKF výpočtu trvanlivosti ložisek – síla tribologie

DOPOSUD BYLO určování trvanlivosti ložisek založeno na technických modelech, které využívají ekvivalentní napětí vznikající pod stykovou plochou, jež působí na namáhanou oblast materiálu v místě valivého styku. Později byla do výpočtu trvanlivosti zapracována únava materiálu na povrchu, která byla vyvolána nedostatečným mazáním nebo znečištěním, a to formou penalizace zavedené do celkového ekvivalentního napětí v místě valivého styku. V SKF GBLM tuto otázku řeší navržený zobecněný přístup ke stanovení trvanlivosti v místě valivého styku, ve kterém je poškození vzniklé na povrchu přesně vyjádřeno základními rovnicemi pro výpočet únavy materiálu v místě valivého styku. Nové vyjádření umožňuje lépe zahrnout do výpočtu trvanlivosti tribologii valivých ložisek. Dále zprostředkuje lepší znalost odolnosti povrchu, která určuje provozní výkonnost valivých ložisek. Článek se rovněž zabývá schopností tohoto zobecněného přístupu vysvětlit tribologii a mechanismy vzniku únavy materiálu v povrchové a podpovrchové oblasti, které působí proti sobě.

MODERNÍ VALIVÁ ložiska dosahují stále vyšší spolehlivosti v případech, že jsou správně používána a mazána. Zásahu na tom má

využívání osvědčených postupů, jakož i pochopení a uplatnění tradičního mechanismu vzniku únavy materiálu v místě valivého styku. Přispívá k tomu také vyšší čistota materiálu a vysoká kvalita výroby ve spojení se spolehlivými postupy výpočtu trvanlivosti. Nicméně průmyslové trendy zaměřené na zmenšování rozměrů při současném zvyšování účinnosti v provozní výkonnosti kladou neustále další vysoké nároky na valivá ložiska a především na stykové plochy. Z toho důvodu je selhání ložisek většinou vyvoláno poškozeními, která vzniknou na povrchu [1]. Pokud nemají valivá ložiska omezovat další nárůst výkonnosti moderních strojních zařízení, je třeba se podrobněji zabývat vlivem tribologie povrchů ložisek na výkonnost ložisek. V minulém desetiletí skupina SKF zaznamenala významný pokrok v oblasti modelování životnosti povrchu [2–8]. Zapracování těchto poznatků do výpočtu trvanlivosti ložisek [9] umožnilo vyvinout zobecněný model výpočtu trvanlivosti ložisek (GBLM), který odděluje povrch od podpovrchové oblasti. Díky tomu lze použít pro obě oblasti odlišné fyzikální modely. Únava materiálu pod povrchem v místě valivého styku může být vyjádřena obvyklým způsobem podle klasického modelu dynamické únosnosti Lundberga a Palmgrena [10].

Naproti tomu vyjádření únavy na povrchu vyžaduje mnohem vyspělejší tribologické modely, které zahrnují složité fyzikální interakce, k nimž dochází v místech Hertzova kontaktu s vysokou koncentrací napětí, jako např. mazání, tření, opotřebení, únava nebo zabíhání.

Nový přístup umožňuje SKF zahrnout do výpočtu trvanlivosti ložiska řešení lépe přizpůsobená požadavkům zákazníků a jejich specifické vlastnosti, které mohou ovlivnit provozní výkonnost uložení. Příkladem toho mohou být ložiska se specifickým tepelným zpracováním, pokročilou mikrogeometrií nebo speciálním provedením či kvalitou.

Zákazníci budou schopni využít různé jedinečné vlastnosti ložisek SKF, které jsou uvedeny v katalogu ložisek, a zahrnout je do výpočtu trvanlivosti. V konečném důsledku budou tedy moci dokonaleji využít vlastnosti a kvalitu výrobků SKF, které nelze jednoduše vyjádřit pouze jedinou „podpovrchovou“ dynamickou únosností (C), tak jak je to nyní. [11].

Schopnost nového přístupu zabývat se specificky mechanismy degradace a tribologií povrchu oběžných drah umožní používání pokročilé verze GBLM při vývoji ložisek.

Technici SKF využijí GBLM při vývoji dokonalejších provedení

ložisek, která budou určena přímo pro speciální aplikace nebo budou splňovat požadavky na určitou provozní výkonnost. GBLM tedy představuje moderní a flexibilní nástroj na vyhodnocení výkonnosti ložisek, do něhož je možné začlenit nové poznatky a technologie tak, jak jsou vyvíjeny.

Zobecněný model

Součástí představeného modelu zůstává standardizovaný pravděpodobnostní přístup, který byl až doposud používán ke stanovení trvanlivosti ložisek na základě dvouparametrového Weibullova rozdělení – viz [12]. Waloddi Weibull [13] spolu s teorií nejslabšího článku zavedl stochastické koncepty pro stanovení pevnosti a přetržení konstrukčních prvků.

Pokud se konstrukce skládá z n prvků, na něž působí různé napěťové stavy (a tedy mají různou pravděpodobnost přežití S_1, S_2, \dots, S_n podle zákona spolehlivosti výrobku), pravděpodobnost, že přežije celá konstrukce, je: rovnice (1).

Lundberg a Palmgren ve své klasické originální formulaci základní dynamické únosnosti valivých ložisek [10] použili Weibullův zákon rozdělení spolehlivosti výrobků (1) k odvození funkce přežití konstrukce složené z n nezávislých fyzických prvků, která zahrnuje proces degradace při

působení 0 až N zatěžovacích cyklů: rovnice (2)

Oblast V lze rozdělit na dva nebo více nezávislých zdrojů rizika poškození konstrukce. Předpokládejme, že G je funkce degradace materiálu, která zahrnuje vliv akumulace zatěžovacích cyklů (únavy). Na základě toho lze tedy charakterizovat oblasti různými funkcemi degradace materiálu, které by mohly popisovat různé (nebo jednotlivé) procesy

degradace $G_{v,1}, G_{v,2}, \dots, G_{v,n}$. Jejich kombinovaný vliv na přežití celé konstrukce lze vyjádřit rovnicí (2). Nyní se však zaměříme pouze dvě oblasti – jednu pod povrchem (oblast v) a druhou na povrchu (oblast s). Na základě toho lze odvodit: rovnice (3).

Podle odkazu [14] lze objemový integrál únavového poškození stanovit na základě amplitudy napětí σ_v , která vznikne v napěťovém poli Hertzova tlaku: rovnice (4)

→

$$S_1^n = S_1 \cdot S_2 \cdots S_n = \prod_{i=1}^n S_i \quad (1)$$

$$\ln \left[\frac{1}{S(N)} \right] = \ln \left[\frac{1}{\Delta S_1(N)} \right] + \ln \left[\frac{1}{\Delta S_2(N)} \right] + \cdots + \ln \left[\frac{1}{\Delta S_n(N)} \right] \quad (2)$$

$$\ln \left[\frac{1}{S(N)} \right] = \int_{V_v} G_v(N) dV_v + \hat{h} \int_A G_s(N) dA \quad (3)$$

$$\int_{V_v} G_v(N) dV_v = \bar{A} N^e \int_{V_v} \frac{\langle \sigma_v - \sigma_{u,v} \rangle^c}{z^h} dV_v \quad (4)$$

$$\hat{h} \int_A G_s(N) dA = \bar{B} N^m \int_A \langle \sigma_s - \sigma_{u,s} \rangle^c dA \quad (5)$$

Zatímco c a h jsou exponenty, e představuje směrnicí Weibullový křivky pro podpovrchovou oblast, N je životnost místa styku v počtu zatěžovacích cyklů, z představuje analyzovanou hloubku, V_v integrovaný objem, $\sigma_{u,v}$ je mezní únavové zatížení objemu a \bar{A} je nastavená konstanta.

Obdobným způsobem lze vyjádřit funkci poškození povrchu. Jestliže konstantu \bar{h} zahrneme do konstanty proporcionality poškození povrchu \bar{B} , získáme: rovnice (5).

V tomto případě je m směrnice Weibullový křivky pro povrch, A je integrovaná plocha, $\sigma_{u,s}$ mez únavy povrchu a \bar{B} je nastavená konstanta.

Ve funkci poškození povrchu (5) je třeba povrchové napětí σ_s vypočítat ze skutečné povrchové geometrie napětí v místě styku a třecího napětí.

Spojením rovnic (4) a (5) s (3) lze získat rovnici trvanlivosti v místě styku se samostatnými členy pro povrchovou a podpovrchovou oblast. Upozorňujeme, že trvanlivost v milionech otáček je úměrná počtu zatěžovacích cyklů, tzn. $L = Nu$, kde u je počet zatěžovacích cyklů za otáčku. Za předpokladu, že obě směrnice Weibullový křivky jsou velmi podobné, tzn. $e = m$, což platí pro příslušné způsoby poškození povrchu v ložiskách, dostaneme: rovnice (6)

$$L_{1-s} = \frac{[\ln(\frac{1}{s})]^{1/e}}{u} \left[\bar{A} \int_{V_v} \frac{(\sigma_v - \sigma_{u,v})^c}{z^h} dV_v + \bar{B} \int_A (\sigma_s - \sigma_{u,s})^c dA \right]^{-1/e} \quad (6)$$

$$R_s = f_1 \exp \left[\frac{f_2}{(P/P_u)^{f_3}} + \frac{f_4}{(P/P_u)^{f_5}} \right] \quad (7)$$

Tento vztah představuje základ modelu trvanlivosti ložiska, který jednoznačně odděluje povrchovou oblast od podpovrchové. Člen rovnice odpovídající podpovrchové oblasti, který je vyjádřen objemovým integrálem, lze vyřešit stejným způsobem jako v odkazu [14] pomocí tradičního vyjádření únavy materiálu v místě Hertzova valivého kontaktu. Avšak člen odpovídající povrchové oblasti vyjádřený plošným integrálem nyní nabízí možnost shodně zahrnout do modelu mnoho tribologických jevů, které charakterizují odolnost povrchu oběžné dráhy.

Je samozřejmé, že odvození těchto vztahů vyžaduje využití pokročilých numerických modelů. Jen tak lze vyjádřit složité interakce mechanismů, které působí proti sobě – např.: i) únavu povrchu ve spojení s mírným opotřebením, ii) vývoj poškození vtiskem, iii) tribochemické interakce a mnoho dalších. Schematický pohled na hlavní koncepci GBLM ukazuje obr. 1.

Modely povrchu

Numerický model porušení povrchu, který kombinuje únavu a mírné opotřebením, je popisován v [5]. Tento model, do něhož musí být zadány digitalizované mapy povrchové drsnosti stykových ploch (obr. 2), řeší otázku elastohydrodynamického mazání v oblasti

smíšeného mazání (s newtonskou reologií).

Řešení je prováděno v časových krocích, v nichž jsou počítány tlaky a napětí. Výpočtový model, který využívá kritérium poškození a model opotřebením pro aktualizaci povrchové topografie, postoupí k dalšímu časovému kroku výpočtu až po dokončení celého zatěžovacího cyklu. Tento numerický postup se opakuje mnohokrát pro všechny výpočtové body povrchu. Tím je zajištěna dobrá simulace fyzikálních jevů procesu opotřebením/únavového poškození povrchu oběžných drah pro každý stanovený počet převalení. Typické výsledky tohoto numerického modelu, které zachycuje obr. 3, jsou porovnávány s experimentálními výsledky testů prováděných za stejných podmínek jako numerická simulace.

Další modely povrchu, které lze používat, a výsledky integrované do GBLM jsou uvedeny [3, 6, 7]. Flexibilitu GBLM z hlediska integrace pokročilých modelů povrchového poškození si ukážeme pouze pro názornost na příkladu modelu porušení povrchu, který je popisován v [5]. Tento model byl vybrán k provedení parametrické studie, v níž byly použity různé provozní podmínky, drsnosti různých typů a velikostí ložisek a různé režimy mazání a znečištění [9]. Na základě této parametrické studie byl normalizován integrál únavy povrchu a přizpůsoben průběhu křivky následující funkce pomocí parametrů ložiska: rovnice (7).

V tomto případě jsou f_1, f_2, \dots, f_5 konstanty, P je ekvivalentní dynamické zatížení ložiska a P_u mezní únavové zatížení ložiska. Parametr R_s představuje hodnocení rizika

vzniku poškození povrchu. Jinými slovy: je to míra napětí, které působí na provozní plochy ložiska.

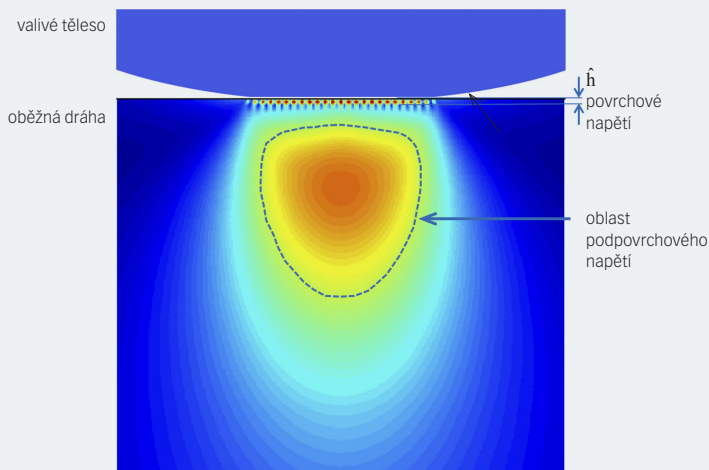
Použitím pokročilého modelu porušení povrchu umožňuje vypočítat různé podmínky mazání a znečištění ložiska a dále odvodit jejich vliv na pravděpodobnost přežití povrchu. Tímto způsobem lze zavedením parametru $\eta = \eta_b \eta_c$ [3] (pro naznačení většího nebo menšího rizika vzájemného působení povrchu) získat rovnici (7) jako funkci bezrozměrného ekvivalentního zatížení P_u/P pro určitý typ ložiska – viz obr. 4.

Výkonnostní faktory

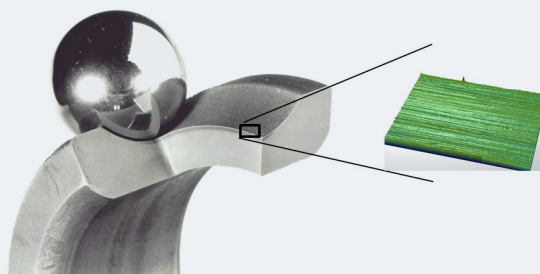
Jedinečné konstrukční vlastnosti ložisek SKF lze konečně zahrnout do výpočtu pomocí výše představené metodiky pro odvození specifických „výkonnostních faktorů“. Tyto faktory by mohly lépe zahrnout do výpočtu výkonnost určitých vlastností provedení a specifické provozní podmínky.

Tyto faktory se budou typicky týkat výkonnosti povrchové oblasti, která je výsledkem, např. nové technologie tepelného zpracování nebo použitím materiálů zajišťujících vyšší tvrdost oběžných drah, použití povlaku, zavedení zlepšené mikrogeometrie oběžné dráhy a kvality povrchu. Specifické výkonnostní faktory by rovněž mohly v budoucnu zahrnovat pod-povrchové oblasti a dokonce i určité vlastnosti maziv nebo mazání. Struktura GBLM umožňuje v zásadě průběžně integrovat nové ložiskové technologie a související poznatky o výkonnosti tak, jak budou k dispozici.

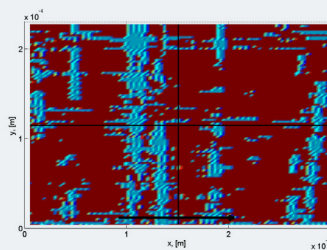
Jako příklad výkonnostního faktoru souvisejícího s pravděpodobností přežití povrchu →



Obr. 1: Oddělení povrchové oblasti a podpovrchové oblasti navrhané GBLM.



Obr. 2: Digitalizace drsnosti oběžné dráhy ložiska pomocí optického profilometru pro 3D mapování povrchu.



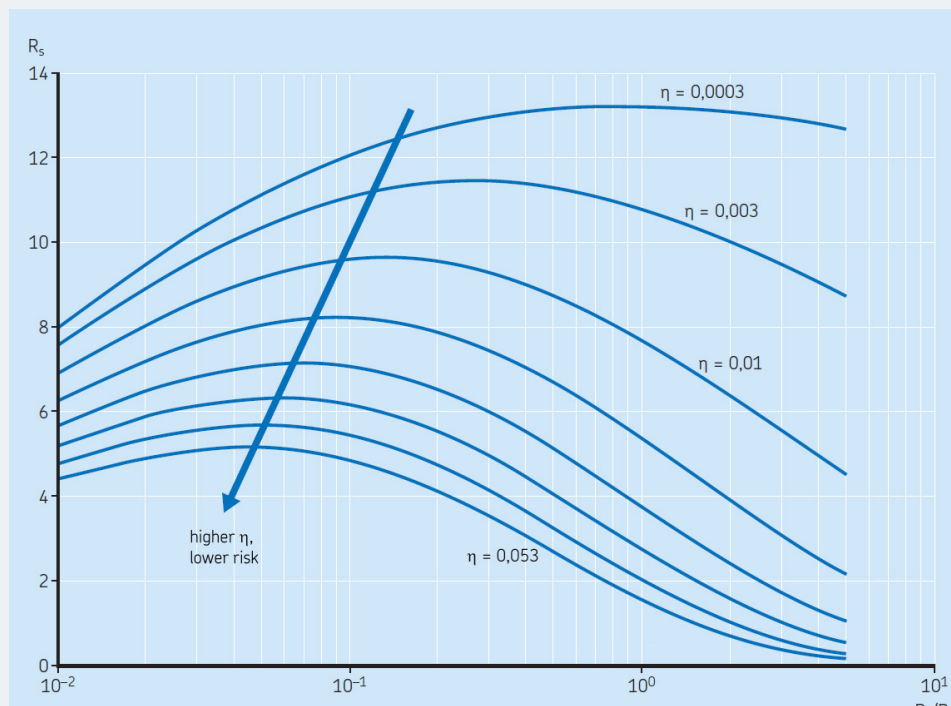
(a) Výsledky modelu



(b) Experiment

Obr. 3: Typické výsledky získané na pokročilém porušení povrchu viz [5].

Obr. 4: Příklad posouzení rizika jako funkce zatížení a režimů mazání/znečištění



oběžných drah lze uvést oběžné dráhy se zvýšenou tvrdostí, tzn. zvýšenou odolností proti opotřebení a znečištění, především za podmínek nedostatečného mazání. Znalost očekávaného zlepšení výkonnosti povrchu může být vyjádřena v rovnici (7) výkonnostním faktorem, který snižuje riziko poškození povrchu podle obr. 5.

Upozorňujeme, že v tomto konkrétním případě byl výkonnostní faktor zaměřen pouze na určitou oblast provozních podmínek ložiska. Jak ukazuje obr. 5, mnohem významnějšího snížení rizika vzniku poškození povrchu lze dosáhnout v oblasti vysokého rizika pro povrch. S tím, jak se zvyšuje parametr η a riziko se snižuje, klesá rovněž vliv výkonnostního faktoru. To dokazuje schopnost tohoto výkonnostního faktoru GBLM

zaměřit se přímo na podmínky nedostatečného mazání nebo vysokého znečištění ložiska, kdy lze očekávat mnohem výraznější pokles rizika přežití povrchu.

Normalizované riziko pro povrch

Vzhledem k tomu, že GBLM dokáže oddělit členy vyjadřující odolnost povrchové a podpovrchové oblasti, je možné posoudit jejich relativní vliv na celkovou dynamickou výkonnost ložiska.

Např. zavedením: i) normalizovaného povrchového integrálu nebo rizika poškození povrchu R_s , ii) normalizovaného integrálu podpovrchového napětí nebo rizika podpovrchového poškození R_{ss} a iii) převodního součinitele c umožňuje odvodit normalizované riziko pro povrch ložiska: rovnice (8)

$$S_R = \frac{cR_s}{R_{ss}} \quad (8)$$

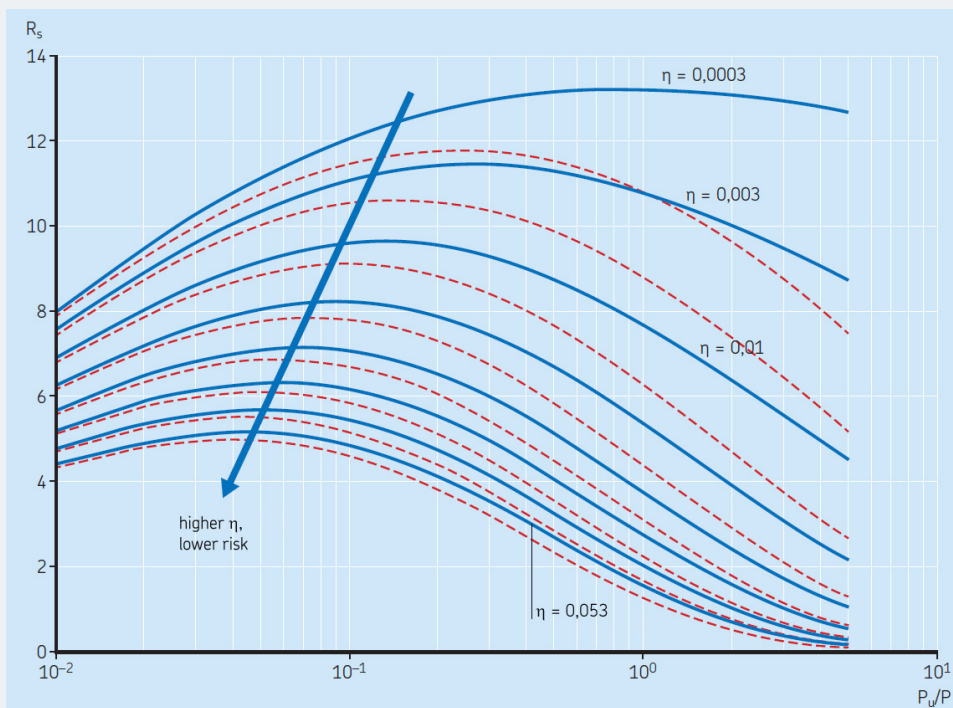
Tento parametr může nabývat hodnot od 0 do 1. Pokud se blíží 1, význam únavy materiálu na povrchu převažuje nad únavou materiálu v podpovrchové oblasti. Jestliže se blíží 0, je tomu naopak. Je to důležitý parametr, který umožňuje pochopit, která namáhaná oblast ložiska představuje největší riziko. Na základě této informace mohou aplikační inženýři a zákazníci naplánovat nápravná opatření, aby dosáhli maximální výkonnosti ložiska a snížili náklady.

Ověření modelu

Pokud jsou provozní podmínky srovnatelné, výsledky GBLM odpovídají současnému modelu trvanlivosti SKF a také z velké části modelu trvanlivosti podle ISO 281. GBLM byl totiž ověřen pomocí rozsáhlé databáze SKF výsledků zkoušek trvanlivosti. Tato databáze se neustále zvětšuje a aktualizuje v souladu s novým vývojem ložiskové techniky.

Zavedení výkonnostních faktorů

Obr. 5: Příklad posouzení rizika pro povrch jako funkce zatížení a režimů mazání a znečištění. Červená čárkovaná křivka ukazuje vliv výkonnostního faktoru vyplývajícího ze zavedení tepelného zpracování, jehož výsledkem je lepší tvrdost povrchu oběžných drah.



v konečném důsledku ovlivní předpovídanou trvanlivost. Je to výsledek změny výkonnosti související s novými vlastnostmi provedení ložisek, které se projeví na trvanlivosti. SKF však zajistí, že změny výkonnosti ložiska budou podloženy řádně provedenými zkouškami trvanlivosti.

Výhody GBLM pro zákazníky

Zákazníci mohou využít významné přednosti GBLM ke stanovení trvanlivosti ložisek. Výpočet předpokládané trvanlivosti ložiska bude doplněn znalostí rizika, které představuje pro povrch příslušná aplikace. Pokud podmínky použití ložiska představují převládající riziko pro povrch, lze přijmout nápravná opatření a kvantifikovat jejich vliv na riziko pro přežití povrchu. Jinými slovy: GBLM může poskytnout diagnostický nástroj na zlepšení provozní výkonnosti ložiska omezením příčin selhání, které měly

původ v poškození vznikajícím na povrchu.

Vysoké riziko pro povrch vyvolané nedostatečným mazáním a zvýšeným znečištěním nelze v zásadě odstranit použitím většího ložiska s vyšší dynamickou únosností. Je to možné snadno ověřit na základě vlivu zvýšené únosnosti a velikosti ložiska na normalizované riziko pro povrch. Zákazník tedy využije výhody vyplývající z použití GBLM, protože bude moci provést vhodnější volbu ložiska, souvisejících dílů a mazacího systému s ohledem na dosažení nejvyšší výkonnosti a snížení celkových nákladů na aplikaci.

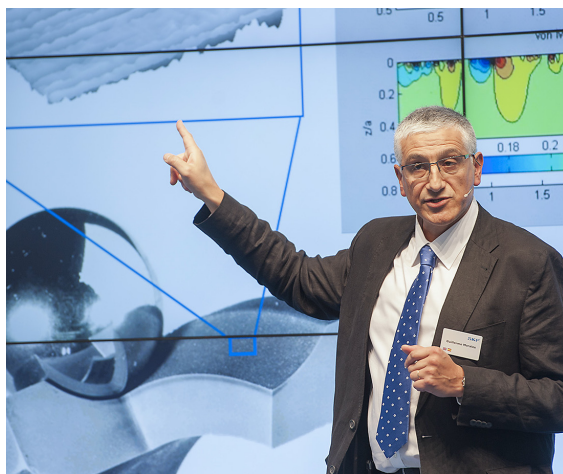
Shrnutí a závěry

Představený zobecněný model výpočtu trvanlivosti ložisek (GBLM) nabízí flexibilnější způsob vyjádření trvanlivosti ložiska na základě jednoznačného rozdělení na člen, který vyjadřuje selhání vyvolané poškozením povrchu,

a člen, který představuje poškození vzniklé únavou pod povrchem v místě valivého styku. Tento model zavádí výkonnostní faktory, a tedy umožňuje zaměřit se na určité vlastnosti ložisek nebo provedení lépe přizpůsobené požadavkům zákazníka či aplikace. Tento model – kromě určování trvanlivosti ložisek – rovněž vypočítá hodnotu normalizovaného rizika pro povrch S_R , která jasně vyjadřuje závažnost únavy materiálu na povrchu v porovnání s únavou materiálu pod povrchem.

V zásadě lze formulovat následující závěry:

1. Zobecněný model výpočtu trvanlivosti ložisek SKF je nový model s jednoznačným oddělením členů ovlivňujících povrchovou oblast a členů ovlivňujících podpovrchovou oblast. Lze ho označit za flexibilnější způsob vyjádření současného vztahu pro trvanlivost SKF.
2. Tento model je jediný model →



Guillermo E. Morales-Espejel
na hannoverském veletrhu
v dubnu 2015 představuje
Zobecněný model SKF výpočtu
trvanlivosti ložisek.

trvanlivosti ložisek, který v současné době obsahuje samostatné členy pro podpovrchovou oblast a pro povrchovou oblast ve vztahu pro výpočet a umožňuje snadno začlenit poznatky získané pomocí vyspělých numerických tribologických modelů.

3. Novými prvky v tomto modelu jsou výkonnostní faktory, které zahrnují specifická zlepšení provedení ložisek SKF a/nebo konstrukční vlastnosti ovlivňující výkonost ložiska v aplikaci s ohledem na vybrané provozní podmínky.
4. SKF GBLM lze považovat za platformu modelů, které mohou být rozšiřovány na základě získaných nových poznatků, a umožňuje snadno začlenit různé jevy přímo ovlivňující povrchové nebo podpovrchové oblasti ložisek.
5. Zobecněný model výpočtu trvanlivosti ložisek SKF bude k dispozici zákazníkům v blízké budoucnosti. ●

Autoři:

Guillermo E. Morales-Espejel,
vedoucí vědecký pracovník, SKF
Engineering & Research Centre,
Nieuwegein, Nizozemí

Antonio Gabelli,
samostatný vědecký pracovník,
SKF Engineering & Research Centre,
Nieuwegein, Nizozemí

Literatura

- [1] Gläntz W., *Contamination in Lubrication Systems for Bearings in Industrial Gear Boxes*, Ball Bearing Journal, 242, pp. 20-26, 1993.
- [2] Morales-Espejel, G.E., Gabelli, A., Ioannides, E., *Micro-geometry Lubrication and Life Ratings of Rolling Bearings*, Proc. IMechE, Part C, J. of Mech. Eng. Sci., vol. 224, pp. 2610-2626, 2010.
- [3] Gabelli, A., Morales-Espejel, G.E., Ioannides, E., *Particle Damage in Hertzian Contacts and Life Ratings of Rolling Bearings*, Trib. Trans., 51, pp. 428-445, 2008.
- [4] Morales-Espejel, G.E., Gabelli, A., Ioannides, E., *Micro-Geometry Lubrication and Life Ratings of Rolling Bearings*, Proc. IMechE, 224, Part C: J. of Mech. Eng. Sci., pp. 2610-2626, 2010.
- [5] Morales-Espejel, G.E., Brizmer, V., *Micropitting Modelling in Rolling-Sliding Contacts: Application to Rolling Bearings*, Trib. Trans., 54, pp. 625-643, 2011.
- [6] Morales-Espejel, G.E., Gabelli, A., *The Behaviour of Indentation Marks in Rolling-Sliding Elastohydrodynamically Lubricated Contacts*, Trib. Trans., 54, pp. 589-606, 2011.
- [7] Brizmer, V., Pasaribu, H.R., Morales-Espejel, G.E., *Micropitting Performance of Oil Additives in Lubricated Rolling Contacts*, Trib. Trans., 56, pp. 739-748, 2013.
- [8] Morales-Espejel, G.E., Gabelli, A., *The Progression of Surface Rolling Contact Fatigue Damage of Rolling Bearings with Artificial Dents*, Trib. Trans. 58, pp. 418-431, 2015.
- [9] Morales-Espejel, G.E., Gabelli, A., de Vries, A., *A Model for Rolling Bearing Life with Surface and Subsurface Survival – Tribological Effects*, Tribology Transactions, Volume 58, Issue 5, 2015.
- [10] Lundberg, G., Palmgren, A., *Dynamic Capacity of Rolling Bearings*, Acta Polytechnica, Mec. Eng. Ser., 1(3), pp. 1-52, 1947.
- [11] Gabelli, A., Doyer, A-L, Morales-Espejel, G.E., *The Modified Life Rating of Rolling Bearings – A Criterion for Gearbox Design and Reliability Optimization*, AGMA Technical paper 14FTM16, ISBN: 978-1-61481-108-4, 2014.
- [12] Blachère, S. and Gabelli, A. *Monte Carlo Comparison of Weibull Two and Three Parameters in the Context of the Statistical Analysis of Rolling Bearings Fatigue Testing*, STP 1548, J. Beswick, Ed., pp. 126, STP104519, ASTM Int., West Conshohocken, PA 2012.
- [13] Weibull, W., *A Statistical Theory of Strength of Materials*, IVA Handlingar No. 151, Proc. Roy. Swed. Acad. of Eng. Sci., pp. 1-45, 1939.
- [14] Ioannides, E., Harris, T.A., *A New Life Model for Rolling Bearings*, ASME, J. of Trib., vol. 107, pp. 367-378, 1985.